

Programmverifikation: Verbundanweisungen

- **Syntax:** Zuweisung1; Zuweisung2; ...
- **Regel der sequentiellen Verknüpfung:**
- **falls:** $\{V\} S_1 \{V_1\}$
Die Ausführung von S_1 mit der Vorbedingung V erfüllt die Nachbedingung V_1 ...
- $\{V_{N-1}\} S_N \{P\}$
Die Ausführung von S_N mit der Vorbedingung V_{N-1} erfüllt die Nachbedingung P
- **dann ist die folgende Zuweisungsfolge korrekt:**
 $\{V\} S_1; \{V_1\} S_2; \{V_2\} \dots; \{V_{N-1}\} S_N \{P\}$
Die Ausführung von $S_1; S_2; \dots S_N$ mit der Vorbedingung V erfüllt die Nachbedingung P

Programmverifikation: Verbundanweisungen

Aufgabe 6-1/1

- **Beweisen Sie die Korrektheit:**
 $\{x+y=k\}$
 $x:=x-z; y:=y+z;$
 $\{x+y=k\}$

 $V: \{x+y=k\}$
 $\{V1\} x:=x-z;$
 $\{V2\} y:=y+z;$
 $P: \{x+y=k\}$
 $\{V2\}=P[y \leftarrow y+z]=\{x+y+z=k\}$
 $\{V1\}=V2[x \leftarrow x-z]=\{x-z+y+z=k\}=\{x+y=k\}=\{V\}$

Programmverifikation: Verbundanweisungen

Aufgabe 6-1/2

- Beweisen Sie die Korrektheit:

$\{x=a \wedge y=b\}$

$z:=x; x:=y; y:=z$

$\{x=b \wedge y=a\}$

V: $\{x=a \wedge y=b\}$

$\{V1\} z:=x; \{V2\} x:=y; \{V3\} y:=z$

P: $\{x=b \wedge y=a\}$

$\{V3\}=P[y \leftarrow z]=\{x=b \wedge z=a\}$

$\{V2\}=V3[x \leftarrow y]=\{y=b \wedge z=a\}$

$\{V1\}=V2[z \leftarrow x]=\{y=b \wedge x=a\}=\{V\}$

Programmverifikation: Verbundanweisungen

Aufgabe 6-1/3

- Beweisen Sie die Korrektheit:

$\{i=k \wedge j=m\}$

$i:=j-i; j:=j-i; i:=i+j$

$\{i=m \wedge j=k\}$

V: $\{i=k \wedge j=m\}$

$\{V1\} i:=j-i; \{V2\} j:=j-i; \{V3\} i:=i+j$

P: $\{i=m \wedge j=k\}$

$\{V3\}=P[i \leftarrow i+j]=\{i+j=m \wedge j=k\}$

$\{V2\}=V3[j \leftarrow j-i]=\{i+j-i=m \wedge j-i=k\}=\{j=m \wedge j-i=k\}$

$\{V1\}=V2[i \leftarrow j-i]=\{j=m \wedge j-j+i=k\}=\{j=m \wedge i=k\}=\{V\}$

Verifikation von Verzweigungen: die stärkste Nachbedingung

- Falls gilt:

$\{V \wedge B\} S1 \{P1\}$

$\{V \wedge \neg B\} S2 \{P2\}$

Dann ist das folgende Programmstück korrekt:

$\{V\}$

if B

then $\{V \wedge B\} S1 \{P1\}$

else $\{V \wedge \neg B\} S2 \{P2\}$

end if

$\{P1 \vee P2\}$

Verifikation von Verzweigungen

Aufgabe 6-2

- Berechnen Sie die stärkste Nachbedingung P:

$\{i < j\}$

if $i > j$

then $j := j + 1$

else $i := i + 1$

end if

$\{P\}$

Verifikation von Verzweigungen

Aufgabe 6-2

- $\{V\}$ if $i > j$
then $\{V1\}$ $j := j + 1$ $\{P1\}$
else $\{V2\}$ $i := i + 1$ $\{P2\}$
end if $\{P\}$
 $V: \{i < j\}$ $B: \{i > j\}$ $\neg B: \{i \leq j\}$
 $\{V1\} = \{V\} \wedge \{B\} = \{i < j \wedge i > j\} = \{\perp\}$
 $\{P1\} = \{\perp\}$
 $\{V2\} = \{V\} \wedge \neg\{B\} = \{i < j \wedge i \leq j\} = \{i < j\}$
 $\{P2\} = \{i - 1 < j\} = \{i < j + 1\}$
 $\{P\} = \{P1\} \vee \{P2\} = \{\perp \vee i < j + 1\} = \{i \leq j\}$

Verifikation von Verzweigungen: die schwächste Vorbedingung

- Falls gilt:
 $\{V1\}$ $S1$ $\{P\}$
 $\{V2\}$ $S2$ $\{P\}$
Dann ist das folgende Programmstück korrekt:
 $\{(V1 \wedge B) \vee (V2 \wedge \neg B)\}$
if B then $\{V1\}$ $S1$ $\{P\}$ else $\{V2\}$ $S2$ $\{P\}$ end if
 $\{P\}$
- Falls gilt:
 $\{V1\}$ S $\{P\}$
Dann ist das folgende Programmstück korrekt:
 $\{(V1 \wedge B) \vee (P \wedge \neg B)\}$ if B then $\{V1\}$ S end if $\{P\}$

Verifikation von Verzweigungen

Aufgabe 6-3

- Berechnen Sie die schwächste Vorbedingung V:

$\{V\}$ if $j=k+1$ then $i:=i+1; k:=0$ else $k:=k+1$ end if $\{m=i*j+k\}$

$\{V\}$ if $j=k+1$ then $\{V1\} i:=i+1; \{V2\} k:=0 \{P\}$

else $\{V3\} k:=k+1 \{P\}$ end if $\{P\}$

$\{V3\} = \{P[k \leftarrow k+1]\} = \{m=i*j+(k+1)\}$

$\{V2\} = \{P[k \leftarrow 0]\} = \{m=i*j+0\} = \{m=i*j\}$

$\{V1\} = \{V2[i \leftarrow i+1]\} = \{m=(i+1)*j\}$

$\{V\} = \{(\{V1\} \wedge B) \vee (\{V3\} \wedge \neg B)\} =$

$\{(m=(i+1)*j \wedge j=k+1) \vee (m=i*j+(k+1) \wedge j \neq k+1)\}$

Verifikation von Verzweigungen

Aufgabe 6-4

- Berechnen Sie die schwächste Vorbedingung V:

$\{V\}$ if $y>x$ then $z:=x; x:=y; y:=z$ end if $\{x>y\}$

$\{V\}$ if $y>x$

then $\{V1\} z:=x; \{V2\} x:=y; \{V3\} y:=z$ end if

$P: \{x>y\}$

$\{V3\} = P[y \leftarrow z] = \{x>z\}$

$\{V2\} = V3[x \leftarrow y] = \{y>z\}$

$\{V1\} = V2[z \leftarrow x] = \{y>x\}$

$\{V\} = \{(\{V1\} \wedge B) \vee (P \wedge \neg B)\} = \{(y>x \wedge y>x) \vee (x>y \wedge y \leq x)\} =$

$= \{y>x \vee x>y\} = \{x \neq y\}$